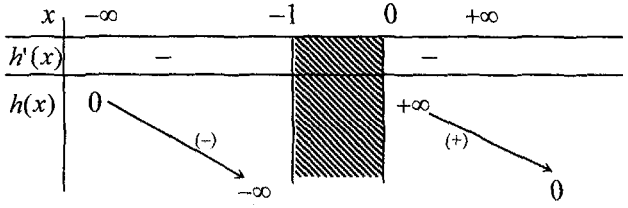
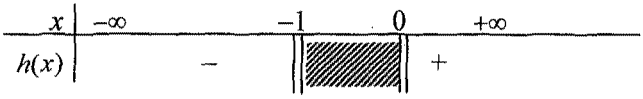
$$= \frac{-(2x+1)^2 + 2x(x+1)}{x(x+1)(2x+1)^2} = \frac{-(2x^2+2x+1)}{x(x+1)(2x+1)^2}$$

Le signe de $h'(x)$ sur D_h est celui de $-(2x^2+2x+1) < 0$ (car $\Delta' < 0$)



b) D'après le tableau des variations de h, on en déduit :



2°/a) La fonction $f\ x \mapsto x\,(x+1)\ \ln(\frac{x+1}{x})$ est continue sur $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ comme produit et composée de fonctions continues sur $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$.

***Continuité à droite en* 0** :

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x\,(x+1)\ \ln(\frac{x+1}{x})$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x\,(x+1)\ (\ln(x+1)\ -\ln x)$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x\,(x+1)\ln(x+1) - x\,(x+1)\ln x$$

- $\lim\limits_{x\to 0^+} x\,(x+1)\ln(x+1) = 0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} x\,(x+1)\ln x = 1\cdot 0 = 0$ car $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ \ln x = 0$

d'où $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0 = f(0)$ et par suite f est continue à droite en 0.

***Continuité à gauche de* –1** :

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} x\,(x+1)\ln(\frac{x+1}{x}) = \lim_{x\to -1^-} x^2\,\frac{(x+1)}{x}\ \ln(\frac{x+1}{x})$$